# Rhéologie des matériaux granulaires cohésifs : Simulation numérique du cisaillement plan

Pierre Rognon, Frédéric da Cruz, Sacha Emam, Jean-Noël Roux et François Chevoir

Laboratoire des Matériaux et des Structures du Génie Civil, UMR LCPC-ENPC-CNRS, Institut Navier, 2 allée Kepler, 77420 Champs Sur Marne, France.

Résumé. La rhéologie des matériaux granulaires cohésifs est encore mal comprise. Nous étudions une situation très simplifiée par simulations numériques discrètes. Il s'agit du cisaillement plan sans gravité d'une assemblée polydisperse de disques soumis à une interaction cohésive de type « Van der Waals ». Les propriétés d'un tel système sont gérées par deux nombres sans dimension liés aux effets inertiels et à l'intensité de la cohésion. On met en évidence la transition entre deux régimes d'écoulements, stationnaire (inertiel et/ou faible cohésion) et intermittent (quasi-statique et/ou forte inertie). Les dépendances de la compacité et du frottement effectif en fonction de ces deux nombres donnent accès à la loi de comportement du matériau lorsque l'écoulement est stationnaire. L'analyse de la microstructure (coordinence, anisotropie) donne des éléments de compréhension de la transition entre ces deux régimes.

### INTRODUCTION

Malgré leur importance dans l'industrie et en géophysique, les écoulements granulaires sont encore mal compris. De récentes études numériques et expérimentales ont donné accès à la loi de comportement d'une assemblée de grains secs de faible polydispersité [1-6]. Mais dans de nombreux matériaux granulaires, des forces de cohésion existent entre les grains. On en distingue trois types. La première est la cohésion due aux ponts liquides (ménisque de liquide entre deux grains) [7-11]. On trouve cette cohésion dans les matériaux granulaires humides, comme le sable, les sols non saturés, les bétons bitumineux et certaines neiges. La seconde est due aux ponts solides. On la trouve lorsqu'un pont liquide gèle entre deux grains de glace [12], ou que des grains sont frittés [13] (mise en forme de céramiques et de métaux). Peu d'études portent sur ce type de cohésion [14]. La troisième est due aux forces de Van Der Waals. Ce sont des forces électrostatiques à courte portée qui ne sont significatives que si les deux grains sont en contact [15]. Elles jouent un rôle important dans la dynamique de petits grains (quelques microns) comme les poudres. Le comportement de ces matériaux granulaires cohésifs a donné lieu à plusieurs études numériques [16-18] et expérimentales [19-21].

L'effet de la cohésion sur les propriétés statiques d'un milieu granulaire est notable. Des simulations de compression triaxiale [16] montrent un effet de consolidation avec la cohésion. Des expériences en tambour tournant [11,20,22], en silos [22] et sur plan incliné [19] mettent en évidence l'accroissement du seuil d'écoulement avec la cohésion. Les études portant sur la rhéologie des grains cohésifs sont plus rares [10,17,19-23]. Comme pour les grains secs, on trouve des expériences de cisaillement annulaire [21,23] (rhéomètres à force ou à vitesse imposée). Mais les lois de comportement en écoulement restent mal comprises.

La relative méconnaissance de la rhéologie des matériaux granulaires cohésifs à motivé notre travail. Nous avons abordé ce problème par la simulation numérique qui permet de faire varier largement les différents paramètres et d'accéder à des grandeurs difficiles à mesurer expérimentalement. Nous simulons un système simple : le cisaillement plan, à pression et vitesse imposées et sans gravité, d'une assemblée de disques, en deux dimensions. Les disques interagissent entre eux lorsqu'ils sont en contact, par une composante répulsive visco-élastique et une composante cohésive de type «Van der Waals». Ce type de cohésion peut être assez bien modélisée par un seul paramètre [16,24]. A partir de ce système simple, nous obtenons des informations qualitatives et quantitatives sur le comportement des écoulements de grains cohésifs, notamment sur la compacité, le frottement effectif et la microstructure.

La première partie de cet article décrit le système simulé : ses caractéristiques géométriques et mécaniques, le modèle de contact entre les grains et une analyse dimensionnelle du problème. Les écoulements en cisaillement simple sont présentés dans la seconde partie. Les résultats sur la microstructure et le comportement macroscopique du matériau y sont détaillés en portant une attention particulière aux relations existantes entre ces différentes échelles.

# LE SYSTEME SIMULE

Notre étude porte sur la géométrie d'écoulement la plus simple : le cisaillement plan en deux dimensions sans gravité (Fig. 1). 2000 grains sont répartis dans une cellule de 50 grains en largeur (*L*) et 40 en hauteur (*H*). Notre moyen d'investigation est un code de dynamique moléculaire [25-27].

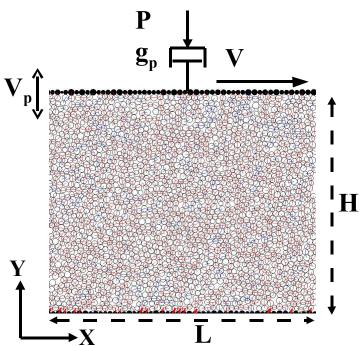


Fig. 1 : Cellule de simulation. Les grains noirs constituent les parois. Les segments représentent les forces normales répulsives (en rouge) et attractives (en bleu) entre les grains.

# 1. Géométrie

Les grains en écoulement sont des disques à trois degrés de liberté: deux translations et une rotation. Leur diamètre moyen (d) et leur masse moyenne (m) donnent les échelles de longueur et de masse du système. Pour éviter les effets de structuration, l'assemblée est légèrement polydisperse: le diamètre des grains est uniformément réparti entre 0.9 d et 1.1 d.

Les conditions aux limites de la cellule de simulation doivent modéliser une situation de cisaillement plan en deux dimensions (Fig. 1). Pour simuler un système infini dans la direction de l'écoulement, on applique des conditions aux limites périodiques à droite et à gauche: toute particule sortant du système par un côté y revient par l'autre en conservant ses propriétés. Les grains sont cisaillés entre deux parois rigides constituées chacune de grains jointifs et polydisperses. L'une des parois est fixe (les grains ont une masse infinie) et constitue le repère de référence. L'autre est animée d'une vitesse horizontale imposée: V et applique une pression P constante sur le milieu. Pour cela, cette paroi est couplée à un amortisseur visqueux de viscosité  $g_p$ , de sorte que la vitesse verticale de la paroi ( $V_p$ ) est calculée à chaque instant par la relation:  $g_pV_p = PL-N_p$  où  $N_p$  est la force normale exercée par les grains sur la paroi de longueur L, et P est la pression imposée. Cette paroi permet donc une dilatation de l'assemblée pour maintenir la pression constante. Pour des grains secs, de récentes études [4,5] ont montré que l'état de cisaillement (pression P et vitesse V) est contrôlé par un seul nombre sans dimension mesurant le rapport des forces d'inertie et des forces imposées, et baptisé nombre inertiel :

$$I = \gamma \sqrt{\frac{m}{Pd}} \tag{1}$$

où  $\dot{\gamma}$  est le taux de cisaillement moyen. Les faibles valeurs de I correspondent à un régime quasistatique, frictionnel, et les valeurs plus fortes à un régime dynamique, collisionnel.

#### 2. Modèle de contact

Lors d'un contact entre deux grains, il y a deux contributions à la force normale N: une force répulsive et une force attractive. La force répulsive est viscoélastique. Elle s'exprime en fonction de l'interpénétration  $\delta$  (>0), à l'aide de la raideur  $k_n$  et de la viscosité  $g_n$  des grains :  $f^{ve} = k_n \delta + g_n \delta$ . La viscosité des grains assure l'inélasticité des collisions. Ainsi :  $g_n / \sqrt{mk_n} = -2\ln(e)/\sqrt{\pi^2 + (\ln(e))^2}$  où e est le coefficient de restitution (rapport des vitesses relatives après et avant une collision) dans une collision binaire.

On choisit un modèle simple de cohésion, de type «Van der Waals» [16], à un seul paramètre. On introduit une force à courte portée, normale au contact et proportionnelle à la surface de recouvrement  $\zeta = \sqrt{2d\delta}$  (Fig. 2).

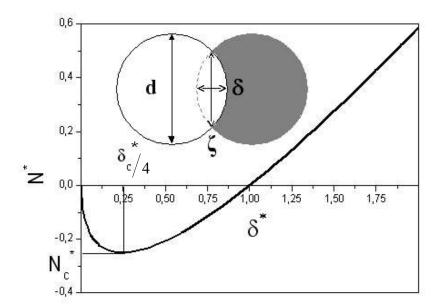


Fig. 2 : Modèle de force normale entre deux grains.  $N^*$  est la force normale adimensionnée au contact .  $\delta^*$  est l'interpénétration adimensionnée des grains.

La force normale de cohésion s'exprime donc sous la forme :

$$f^{coh} = -\gamma \sqrt{d\delta} \tag{2}$$

avec γ le coefficient d'adhésion entre deux grains de même taille.

La force tangentielle au contact (*T*) est de type élastique. Elle est limitée par un critère de Coulomb appliqué sur la seule composante viscoélastique de la force normale. D'autres auteurs ont fait le choix d'appliquer ce critère sur la force normale totale [16]. La force tangentielle s'écrit donc :

$$\begin{cases}
T = k_t \delta_t \\
\dot{\delta}_t = \begin{cases} |k_t \delta_t| - \mu k_n \delta \\
0 \end{cases} si |k_t \delta_t| \begin{cases} < \\ \ge \end{cases} \mu k_n \delta
\end{cases}$$
(3)

 $\delta_t$  est le déplacement tangentiel relatif des deux grains,  $\mu$  est le coefficient de frottement entre grains et  $k_t$  le module élastique tangentiel des grains. L'interpénétration  $\delta$  est donc solution de l'équation :

$$m\dot{\delta} = -k_n \delta - g_n \dot{\delta} + \gamma \sqrt{d\delta} = -N \tag{4}$$

avec les conditions initiales :  $\delta(t=0) = 0$  et  $\dot{\delta}(t=0) = V^-$  (vitesse d'impact). Nous utiliserons dans la suite les échelles naturelles du problème (longueur d, masse m, temps de collision  $\tau_c = (m/k_n)^{1/2}$ ). L'équation (4) s'écrit alors :

$$-\dot{\delta}^{*} = \delta^{*} + \alpha \dot{\delta}^{*} - \sqrt{\delta^{*}} = N^{*} \tag{5}$$

avec 
$$N^* = \frac{k_n}{d\gamma^2} N$$
 et  $\delta^* = \frac{k_n^2}{d\gamma^2} \delta$  (6)

La Fig. 2 représente la relation entre la force normale au contact et l'interpénétration en statique. Il apparaît une position d'équilibre  $\delta_c^* = 1$  soit  $\delta_c = d \left( \frac{\gamma}{k_n} \right)^2$  et une résistance à la traction

des contacts entre grains  $N_c^* = \frac{1}{4}$  soit  $N_c = \frac{\gamma^2 d}{4k_n}$ . Le rapport entre cette résistance à la traction et la force appliquée :

$$\frac{N_c}{N} = \left(\frac{\gamma}{k_n}\right)^2 \left(\frac{k_n d}{4N}\right) \tag{7}$$

fixe l'intensité de la cohésion. Cependant, le paramètre qui contrôle le niveau de déformation élastique étant fixé dans la suite  $(P/k_n = N/(Lk_n) = 10^{-4}$ , soit une déformation élastique des grains limitée à 0,01%), l'intensité de la cohésion sera donc plutôt gérée par le rapport :

$$\eta = \frac{\gamma}{k_n} \tag{8}$$

Compte-tenu du choix  $P/k_n = 10^{-4}$  (et L = 50), on peut d'ores et déjà prédire une transition entre un régime de forte cohésion et un régime de faible cohésion pour  $N_c = N$ , soit  $\eta \approx 0.02$ . Pour rester dans l'hypothèse des petites déformations, le paramètre  $\eta$  ne dépassera pas 0.3 ce qui correspond à une pénétration de 10%.

A partir des paramètres définissant le système, l'analyse dimensionnelle permet d'extraire six nombres sans dimension :  $I = \gamma \sqrt{m/Pd}$ ,  $P/k_n$ ,  $\eta = \gamma/k_n$ ,  $\mu$ , e et  $k_r/k_n$ . Les études paramétriques montrent que e,  $\mu$  et  $k_r/k_n$  n'ont que peu d'effet sur des écoulement de grains secs [2,4,5]. En extrapolant ces résultats aux grains cohésifs, on ne fera pas varier ces trois paramètres, et on choisira :  $\mu = 0.4$ , e = 0.1 (la grande dissipation d'énergie permet d'obtenir un état stationnaire rapidement) et  $k_r/k_n = 0.5$ . On fixe par ailleurs  $P/k_n = 10^{-4}$ . L'étude rhéologique se fera donc en fonction de seulement deux paramètres : l'état de cisaillement I compris entre 0.01 et 0.25 et l'intensité de la cohésion  $\eta$  compris entre 0 et 0.2.

## 3. Collision binaire

La force de cohésion induit une vitesse d'impact minimum en dessous de laquelle deux

grains restent collés. Cette vitesse critique dépend de l'intensité de la cohésion  $\eta$  et de l'angle d'impact  $\theta$ . C'est seulement pour un choc normal qu'il existe une expression analytique de cette vitesse [16] :

$$V_{c}(\theta = 0, \eta) = \eta^{2} \left( \sqrt{\frac{k_{n}}{2} + \frac{g_{n}^{2}}{4}} + \frac{g_{n}}{2} \right)$$
 (9)

Nous avons analysé par simulation le cas, général en cisaillement, des contacts obliques (Fig. 3). On distingue trois zones selon la vitesse et l'angle d'impact : une zone où la collision n'est pas collante quel que soit l'angle d'impact, une zone où la collision est collante quel que soit l'angle d'impact et une zone mixte où la collision est collante ou non selon l'angle d'impact. Cette étude du cas simple d'une collision binaire montre que, lorsque les grains cohésifs sont cisaillés, ils peuvent s'agréger et former des amas [28]. On s'attend alors à une modification notable de l'écoulement.

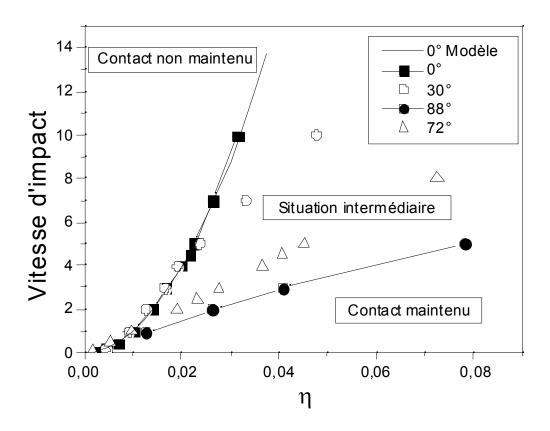


Fig. 3 : Effet de la cohésion sur une collision binaire.

# **ETUDE RHEOLOGIQUE**

# 1. Préparation et recherche d'un état stationnaire

Les grains sont placés aléatoirement dans la cellule et forment une assemblée diluée qui est compactée entre les deux parois sous l'effet du cisaillement (pression P et vitesse de la paroi V). A partir de trois états initiaux différents (profil de vitesse linéaire, nul ou en bloc), on recherche un écoulement stationnaire caractérisé par une énergie cinétique totale constante dans le temps (fluctuation inférieure à 10%), un taux de cisaillement et une compacité constants dans l'épaisseur et dans le temps. Quel que soit le profil de vitesse initial, les systèmes atteignent plus ou moins rapidement un état stationnaire identique (Fig. 4). L'écoulement de grains cohésifs ne présente donc pas d'effet mémoire : l'état final ne dépend pas de l'état initial. Pour ces états stationnaires, le taux de cisaillement constant dans l'épaisseur permet de simplifier l'expression du paramètre I qui devient :  $I = (V/H)/\sqrt{P}$  (en unités adimensionnées).

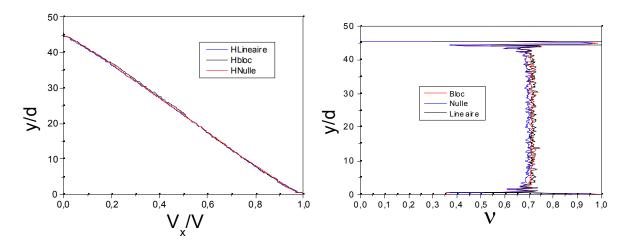


Fig. 4 : A gauche, les profils de vitesse adimensionnés par la vitesse V de la paroi. A droite, les profils de compacité. Les mesures sont issues de trois écoulements stationnaires obtenus à partir de différentes conditions initiales sur les vitesses : profil linéaire (en bleu), vitesse nulle (en rouge), écoulement en bloc (en noir).

Pour des grains secs [4,5], l'écoulement est stationnaire lorsque le paramètre I qui gouverne l'état de cisaillement est suffisamment grand ( $I > 10^{-3}$ ). Pour des valeurs inférieures, on observe des mouvements corrélés de blocs, associés à une forte compacité. En présence de cohésion, ce seuil d'apparition d'intermittences se trouve décalé vers des valeurs de I plus élevées (pour  $\eta = 0.05$ , le seuil est de  $I = 10^{-2}$ ). Pour une cohésion assez forte ( $\eta = 0.1$ ), on n'observe plus d'écoulements stationnaires dans la gamme de I explorée (Fig. 5). Les grains se déplacent alors en

blocs qui se collent alternativement à l'une ou l'autre des parois. Le cisaillement est alors localisé sur les quelques couches les plus proches des parois. Nous analyserons plus tard ces mouvements de bloc, qui peuvent aussi avoir lieu pour des compacités plus faibles, mais notre étude se centrera sur les écoulements stationnaires.

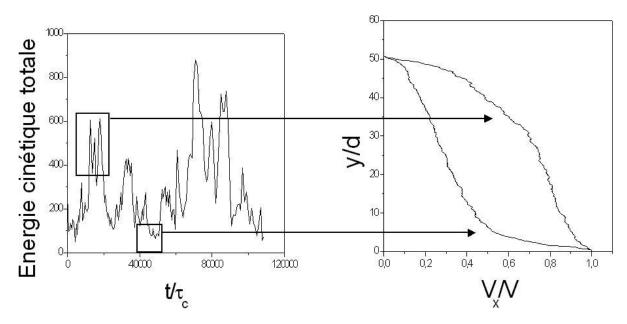


Fig. 5 : Exemple d'écoulement intermittent ( $\eta = 0.1$ , I = 0.025). A gauche l'évolution de l'énergie cinétique et à droite les profils de vitesse correspondants aux zones encadrées.

# 2. Loi de comportement

Les écoulements stationnaires sont caractérisés par deux grandeurs macroscopiques moyennées dans l'espace et dans le temps : la compacité v, et le frottement effectif  $\mu^* = P/S$ , rapport des contraintes normale et tangentielle.

Le frottement effectif n'est pas modifié par la cohésion pour  $\eta < 0.035$ . Comme pour les grains secs [4,5], il augmente avec I, selon la courbe d'ajustement (courbe grise sur la Fig. 6):

$$\mu^*(I,\eta) = \mu_S^* + bI^{\alpha} \tag{10}$$

avec  $\mu_S^*$ , coefficient de frottement statique du matériau, égal à  $0.21 \pm 0.02$ ,  $b = 0.51 \pm 0.05$  et  $\alpha = 0.64 \pm 0.1$ . Par contre, pour une forte cohésion ( $\eta = 0.05$ ), les coefficients  $\mu_S^*(\eta)$  et  $b(\eta)$  semblent modifiés (courbe noire sur la Fig. 6). Mais le milieu devient plus hétérogène (grandes fluctuations sur l'épaisseur). Nos mesures ne permettent plus de quantifier avec précision l'effet de la cohésion sur ces paramètres.

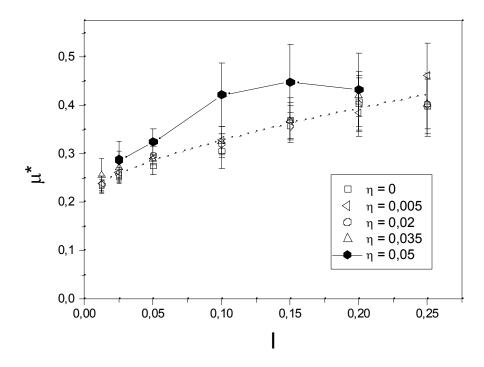


Fig. 6 : Frottement effectif en fonction de I et  $\eta$ . En tiretés, la courbe d'ajustement pour  $\eta$ <0.035. Les barres d'incertitude représentent la fluctuation des grandeurs dans l'épaisseur de l'écoulement.

L'effet de la cohésion sur la compacité v est marqué (Fig. 7) : plus l'attraction entre deux grains est forte, plus la compacité de l'ensemble diminue. Avec ou sans cohésion, la même dépendance est retrouvée par rapport à I: la compacité diminue linéairement, mais les caractéristiques de la droite dépendent de la cohésion :

$$v(I,\eta) = v_m(\eta) - a(\eta)I \tag{11}$$

avec  $v_m(\eta) = 0.81 - 0.46\eta$  la compacité du matériau à l'arrêt. La pente  $a(\eta)$  est constante (- 0.24) pour  $\eta < 0.035$  et diminue pour les fortes cohésions.

La compacité et le frottement effectif permettent de déduire une relation entre les contraintes (pression *P* et cisaillement *S*) et le taux de cisaillement :

$$P = a(\eta)^2 \frac{\dot{\gamma}^2}{\left(v_m(\eta) - v\right)^2} \tag{12}$$

$$S = \mu_S^* P + ba^{2-\alpha} \left( \eta \right) \frac{\dot{\gamma}^2}{\left( \nu_m(\eta) - \nu \right)^{2-\alpha}}$$
 (13)

La loi de comportement obtenue est du type frictionnelle (terme de Coulomb) – collisionnelle (terme de Bagnold) [1]. Seuls les préfacteurs sont modifiés par la cohésion. Cependant, il apparaît une valeur critique ( $\eta \approx 0.035$ ) à partir de laquelle l'effet de la cohésion devient plus important : le frottement augmente notablement, ainsi que les fluctuations. Notons que la valeur critique de cohésion obtenue est de l'ordre de celle anticipée par l'analyse dimensionnelle de la première partie ( $\eta \approx 0.02$ ). L'origine de ces tendances macroscopiques se trouve à l'échelle du contact entre grains et c'est ce qui va maintenant nous occuper.

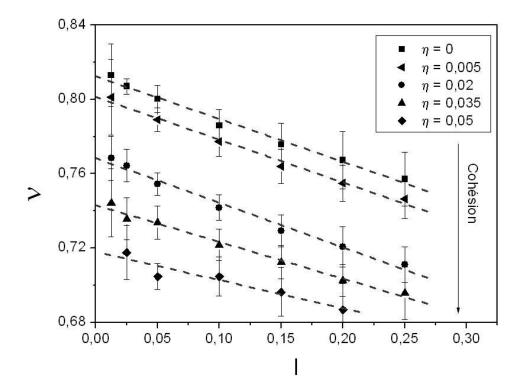


Fig. 7 : Compacité en fonction de I et η. Les droites d'ajustement sont en tireté. Les barres d'incertitude représentent la fluctuation des grandeurs dans l'épaisseur de l'écoulement.

# 3. Microstructure

Les relations entre un grain et son voisinage sont modifiées par la cohésion. La coordinence z décroît linéairement avec I et augmente avec la cohésion (Fig. 8):

$$z(I,\eta) = z_m(\eta) + A(\eta)I \tag{14}$$

avec  $z_m(\eta) = 2.51 + 4.9\eta$  et  $A(\eta) = -5 + 38\eta$ . La cohésion provoque une diminution de la compacité, mais une augmentation de la coordinence. C'est le signe d'une organisation des grains en amas compacts séparés par du vide.

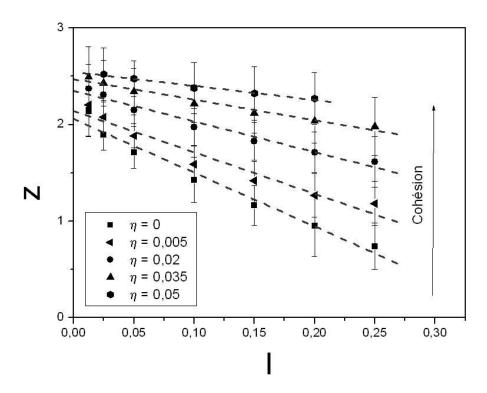


Fig. 8 : Coordinance en fonction de I et η. Les droites d'ajustement sont en tireté. Les barres d'incertitude représentent la fluctuation des grandeurs dans l'épaisseur de l'écoulement.

La Figure 9 représente les proportions de contacts attractifs,  $\rho^+$ , et répulsifs  $\rho^-$  selon la direction (0° est la direction de l'écoulement), qui vérifient la condition de normalisation :

$$\int_{0}^{2\pi} \left( \rho^{+}(\theta) + \rho^{-}(\theta) \right) d\theta = 1$$
 (15)

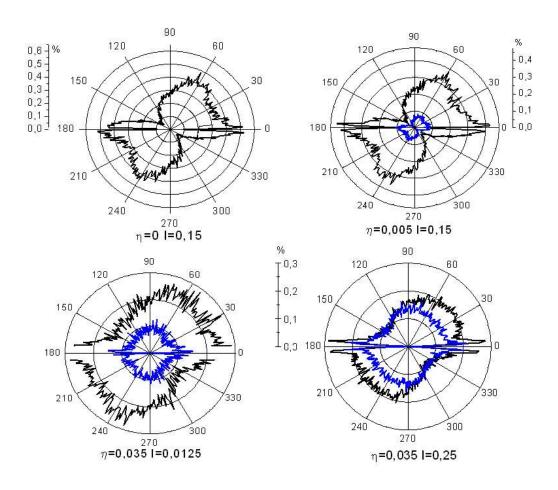


Fig. 9 : Proportion des contacts attractifs  $\rho^+$  (en bleu) et répulsifs  $\rho^-$  (en noir en fonction de l'orientation.

Les directions de contact privilégiées (0° et 60°), très marquées dans le cas sec [4,5], sont atténuées avec la cohésion. La proportion de contacts attractifs augmente avec I. L'homogénéisation des directions de contact lorsque la cohésion augmente laisse penser que les grains se déplacent par groupes qui interagissent entre eux mais à l'intérieur desquels les grains sont faiblement cisaillés. On constate par ailleurs que la proportion de contacts attractifs augmente avec l'intensité de la cohésion, et peut être du même ordre de grandeur que la proportion de contacts répulsifs. On observe enfin, pour un même niveau de cohésion, un effet du paramètre I: les contacts attractifs sont moins nombreux et plus isotropes à faible I (c'est à dire dans le régime frictionnel plutôt que collisionnel). La confrontation des grandeurs locales et globales met en évidence une hétérogénéité du milieu à une échelle intermédiaire : la cohésion fait apparaître des zones de vide autour de zones denses (Fig. 10). La proportion de vide supplémentaire dans l'écoulement ne dépend pas de l'état de cisaillement I. Par contre, elle varie linéairement avec la cohésion  $\eta$ .

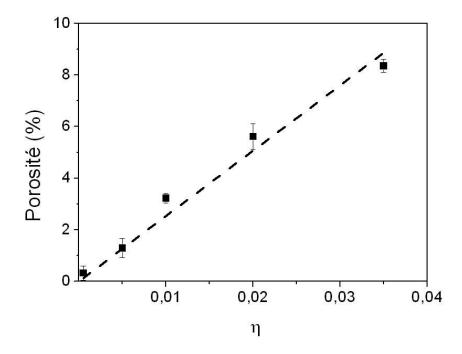


Fig 10 : Porosité en fonction de la cohésion. L'unité est la porosité du même écoulement (même I) en l'absence de cohésion. Les carrés sont les résultats des simulations. Les barres d'incertitude représentent les fluctuations de porosité pour des écoulements de même cohésion  $\eta$  mais d'état de cisaillement I différent. En tireté la droite d'ajustement.

De plus, la cohésion augmente la durée de vie des contacts et conduit à la formation d'amas de grains (Fig. 11, gauche). Pour des écoulements stationnaires, aucun contact ne persiste après un déplacement suffisamment grand (de l'ordre d'un déplacement de un à deux grains entre deux couches). Pour l'écoulement intermittent, presque tous les contacts persistent. Le milieu se déplace donc en blocs rigides : seules les zones proches des parois sont cisaillées. Par contre, l'état de cisaillement ne modifie pas la durée de vie des contacts (Fig. 11, droite).

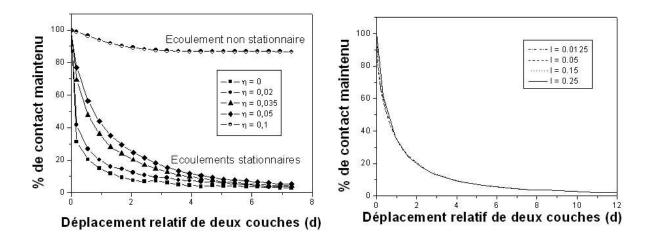


Fig. 11 : Maintien des contacts. Pourcentage de contacts maintenus en fonction du niveau de déformation : à gauche en fonction de la cohésion  $\eta$  (I=0.15) et à droite en fonction de l'état de cisaillement I ( $\eta=0.035$ ).

## **CONCLUSION**

L'étude par simulation numérique discrète des écoulements de grains cohésifs a nécessité deux choix. Le premier porte sur le modèle de contact : le modèle de cohésion retenu est le plus simple possible : une cohésion de type « Van der Waals » décrite par un seul paramètre. Le second choix porte sur la géométrie d'écoulement. Là encore, nous avons abordé la géométrie la plus simple : le cisaillement plan sans gravité, ce qui conduit à un cisaillement homogène.

L'analyse dimensionnelle du problème a fait ressortir deux nombres sans dimension qui contrôlent l'état de cisaillement (I) et l'intensité de la cohésion ( $\eta$ ). L'étude rhéologique des écoulements stationnaires en fonction de ces deux nombres, en particulier les mesures de compacité et de frottement effectif, a permis de mesurer la loi de comportement du milieu granulaire cohésif en écoulement stationnaire. Les observations à l'échelle d'un grain (direction et durée des contacts) mettent en évidence un changement structurel du milieu en écoulement à vitesse imposée, avec la cohésion : les grains se déplacent en amas d'autant plus rigides que la cohésion est forte, ce qui se traduit par une diminution de la compacité. Dans une certaine gamme du couple ( $I,\eta$ ), les écoulements deviennent même intermittents. Les grains se déplacent en un seul bloc qui se colle alternativement à l'une ou l'autre des parois. La zone cisaillée est alors localisée.

## **REFERENCES**

- [1] Pouliquen, O. and Chevoir, F., Dense flows of dry granular material, CR Physique, 3 (2002), 163-175
- [2] GDR MIDI, On dense granular flows, soumis à European Journal of Physics É (2004)
- [3] Prochnow, M., Ecoulements denses de grains secs, *Thèse de doctorat*, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (2002)
- [4] da Cruz, F., Frottement et blocage dans les écoulements de grains secs, *Thèse de doctorat*, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (2004)
- [5] da Cruz, F., Chevoir, F., Roux, J.N., Iordanoff, I., Macroscopic friction of dry granular materials, 30<sup>th</sup> Leeds-Lyon Symposium on Tribology, edited by G. Dalmas (2003)
- [6] Pouliquen, O., Forterre, Y., Friction law for dense granular flow: application of the motion of a mass down a rough inclined plane, *J. Fluid Mech.*, 453 (2002), 133-151
- [7] Pitois, O., Assemblée de grains lubrifiés: Elaboration d'un système modèle expérimental et étude de la loi de contact, *Thèse de doctorat*, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (1999)
- [8] Boquet, L., Charlaix, E., Restagno, F., Physics of humid granular media, C.R. Physique, 3 (2002), 207-215
- [9] Samandani, A., Kudrolli, A., Angle of repose and segregation in cohesive granular matter, *Physical Review E*, 64 (2001), 1-9
- [10] Tegzes, P., Vicsek, T., Schiffer, P., Avalanche dynamics in wet granular materials, *Physical Review Letters*, 89 (2002), 1-4
- [11] Fraysse, N., Des châteaux de sable... à la physique des granulaires humides, *Bulletin de la SFP*, 124 (2000), 20-24
- [12] Hatzes, A.P., Briges, F., Lin, D.N.C., Sachtjen, S., Coagulation of particules in Saturn's rings: Measurements of the cohesive force of water frost, *Icarus*, 89 (1991), 113-121
- [13] Lange, F.F., Effect of interparticule potentials on particule packing for ceramic processing, *Powders & Grains*, 93 (1993), 187-199
- [14] d'Adetta, G.A., Kun, F., Hermann, H.J., From solids to granulates Discrete element simulations of fracture and fragmentation processes in geomaterials, in *Continuous and discontinuous modelling of cohesive-frictional materials*, edited by P.A. Vermeer et al., Springer (2001), 231-247
- [15] Kendall, K., Significance of interparticule forces to powder behaviour, Powders & Grains, 93 (1993), 25-31
- [16] Preechawuttipong, I., Modélisation du comportement mécanique de milieux granulaires cohésifs, *Thèse de doctorat*, Université Montpellier II (2002)
- [17] I. Iordanoff, B. Sève et Y. Berthier, Solid third body analysis using a discrete approach: influence of adhesion and particle size on the macroscopic behavior of the contact, *ASME Journal of Tribology*, 124 (2002), 530-538
- [18] Yang, R.Y., Zou, R.P., Yu, A.B., Computer simulation of the packing of fine particules, *Physical Review E*, 62 (2000), 3900-3908
- [19] Valverde, J.M., Castellanos, A., Ramos, A., Avalanches in fine, cohesive powders, *Physical Review E*, 62 (2000), 6851-6861
- [20] Castellanos, A., Valverde, J.M., Perez, A.T., Ramos, A., Watson, P.K., Flow regimes in fine cohesive powders, *Physical Review Letters*, 82 (1999), 1156-1159
- [21] J.F. Klausner, Experimental investigation of cohesive powder rheology, Powder Technology, 112 (2000), 94-101
- [22] Nase, S.T., Vargas, W.L., Abatan, A., McCarthy, J.J., Discrete characterization tools for cohesive granular material, *Powder Technology*, 116 (2001), 214-223
- [23] Cain, R.G., Page, N.W., Biggs, S., Microscopic effect of surface lubricant films in granular shear, *Physical Review E*, 62 (2000), 8369-8379
- [24] Matuttis H.G., Schinner, A., Particule simulation of cohesive granular materials, *International Journal of Modern Physics C*, 12 (2001), 1011-1021
- [25] Allen, M.P., Tidesley, D.J., Computer Simulation of liquids, Oxford Science Publication (1986)
- [26] Schäfer, J., Dippel S., Wolf, D., Force schemes in simulations of granular materials, *Journal de Physique I*, 6 (1996), 5-20
- [27] Combe, G., Origine géométrique du comportement quasi-statique des assemblages granulaires denses, *thèse de Doctorat*, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (2001)
- [28] Ennis, B.J., Tardos, G., Pfeffer, R., A microlevel-based characterization of granulation phenomena, *Powder Technology*, 65 (1991), 257-272